

1.8.3 Cvičení. Mohou dva grafy, orientovaný graf G a neorientovaný graf G' , mít stejné matice sousednosti a zároveň stejné počty hran? Jak takové grafy vypadají?

1.8.4 Matice incidence. Necht G je orientovaný graf bez smyček. Zvolíme-li (libovolně, ale pevně) nejen pořadí vrcholů $v_1, \dots, v_n$, ale i pořadí hran $e_1, \dots, e_m$, můžeme grafu G přiřadit *matici incidence* (též *incidenční matici*) B_G typu (n, m) předpisem

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jestliže } v_i \text{ je počátečním vrcholem hrany } e_j, \\ -1, & \text{jestliže } v_i \text{ je koncovým vrcholem hrany } e_j, \\ 0 & \text{v ostatních případech.} \end{cases}$$

Incidenční matice grafu G z obr. 1.7 je

$$B_G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Poznamenejme, že každý sloupec obsahuje přesně jednu 1 a přesně jednu -1 (proč?) a dále, že součet hodnot v i -tém řádku je roven $d^+(v_i) - d^-(v_i)$.

Pro neorientované grafy bez smyček se incidenční matice definuje předpisem

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jestliže } v_i \text{ je incidentní s hranou } e_j, \\ 0 & \text{v ostatních případech.} \end{cases}$$

Incidenční matice grafu H z obr. 1.7 je

$$B_H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Poznamenejme, že součet hodnot v i -tém řádku je roven $d(v_i)$ a že každý sloupec obsahuje přesně dvě jedničky.

1.8.5 Cvičení. Předpokládejme, že graf je dán svou incidenční maticí B . Jaký význam mají jednotlivé prvky matice BB^T ? (Symbol BB^T značí součin matice B s transponovanou maticí B^T .) Řešte zvlášť pro orientované a neorientované grafy a dejte pozor na prvky na diagonále výsledné matice.

1.9 Způsoby zadávání grafů

Pokud není graf příliš velký (zejména nemá-li mnoho hran), je zřejmě pro každého nejsrozumitelnější obrázek. Jeho snad jedinou nevýhodou je fakt, že často svádí k jednostrannému pohledu, viz např. obrázky 1.1 a 1.2 na straně 18.